

MAT203 ANALİTİK GEOMETRİ I DERSİ FİNAL SINAVI SORULARI

17.01.2023

SORU 1: $A(1,0,2)$ noktası $B(-1,0,1)$, $C(1,1,-1)$, $D(1,0,3)$ noktalarından geçen düzlem üzerinde midir? (20 puan)

SORU 2: $d \dots (2x - 5y + 4z - 1 = 0, x + y + 3z + 5 = 0)$ doğrusunun yz düzlemi üzerindeki izdüşümünü bulunuz (20 puan)

SORU 3: $A(1,2,-3)$ noktasının orijin, x eksen, yz düzlemi ve $z = 0$ düzlemine göre simetriği olan noktaları bulunuz (20 puan)

SORU 4: $P_1 \dots x - y + z + 3 = 0$ ve $P_2 \dots 2x - y + z - 1 = 0$ düzlemlerinin arakesit doğrusundan ve $A(-1,0,1)$ noktasından geçen düzlemi düzlem demeti yardımıyla bulunuz. (20 puan)

SORU 5: $a, c \neq 0$ olmak üzere $ax + cz = 0$ düzleminin uzaydaki konumunu belirleyiniz (20 puan)

Süre: 100 dakikadır.

CEVAPLAR

1) B, C ve D den geçen düzlemin denklemini bulalım:

$$\vec{BC} = (2, 1, -2), \vec{BD} = (2, 0, 2)$$

$$\vec{BC} \times \vec{BD} = \vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2, -8, -2)$$

$$\Rightarrow \vec{n} = (1, -4, -1) \text{ alınabilir}$$

$$\Rightarrow P \dots x - 4y - z + d = 0$$

$$B \in P \Rightarrow -1 - 1 + d = 0 \Rightarrow d = 2$$

$$\Rightarrow P \dots x - 4y - z + 2 = 0$$

$$A \text{ için } 1 - 2 + 2 = 0 \Rightarrow 1 = 0$$

$$\Rightarrow A \notin P$$

2) d den geçen ve yoz ($x=0$) düzlemine dik olan Q düzlemini bulalım: d den geçen tüm düzlemler,

$$2x - 5y + 4z - 1 + \lambda(x + y + 3z + 5) = 0$$

$$\Rightarrow (2 + \lambda)x + (-5 + \lambda)y + (4 + 3\lambda)z - 1 + 5\lambda = 0$$

$$\Rightarrow \vec{n}_\lambda = (2 + \lambda, -5 + \lambda, 4 + 3\lambda)$$

$x=0$ düzleminin normali $\vec{n} = (1, 0, 0)$ dir.

$$\vec{n} \perp \vec{n}_\lambda \text{ olacağından } 2 + \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = -2$$

$$\Rightarrow Q \dots -7y - 2z - 11 = 0$$

$$\Rightarrow Q \dots 7y + 2z + 11 = 0$$

$$d' \dots \begin{cases} 7y + 2z + 11 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

$y = t$ alırsak,

$$d' \dots \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = -\frac{7}{2}t - \frac{11}{2} \end{cases}$$

3) Orijin $\rightarrow (-1, -2, 3)$

x eksenine $\rightarrow (1, -2, 3)$

yoz düzlemine $\rightarrow (-1, 2, -3)$

$z=0$ düzlemine $\rightarrow (1, 2, 3)$

$$4) x - y + z + 3 + \lambda(2x - y + z - 1) = 0$$

$$A \text{ için } -1 + 1 + 3 + \lambda(-2 + 1 - 1) = 0 \Rightarrow 3 - 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow 4x - \frac{5}{2}y + \frac{5}{2}z + \frac{3}{2} = 0$$

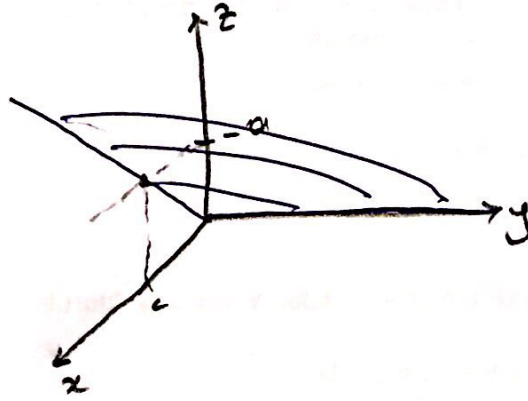
$$\Rightarrow 8x - 5y + 5z + 3 = 0$$

$$5) \vec{n} = (a, 0, c) \rightarrow \vec{n} \perp \vec{e}_2$$

0 halde y eksenine ya düzleme paraleldir ya da düzlemin içindedir. y eksenine ait bir nokta $A(0, 1, 0)$ için

AEP olup y eksenine düzlemin içindedir.

Koordinat düzlemleri ile arakesit doğrularına bakalım:



xOz ile arakesit:

$$d \dots \begin{cases} ax + cz = 0 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow d \dots \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -\frac{a}{c}t \end{cases}$$

$t=0$ için $O(0, 0, 0) \in d$

$t=c$ için $B(c, 0, -a) \in d$